

# METOD DETERMINANTI

Do sada smo naučili dvije metode za rješavanje sistema linearnih jednačina. Ovaj put proučićemo još jedan metod a to je **metod determinanti**.

Neka je zadat sistem linearnih jednačina:

$$\begin{aligned}a_1x + b_1y &= c_1 \\ a_2x + b_2y &= c_2\end{aligned}$$

U ovom slučaju obrazovaćemo tri determinante:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1 \cdot b_2 - c_2 \cdot b_1$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot c_2 - a_2 \cdot c_1$$

Rješenje dobijamo pomoću formula:

$$x = \frac{D_x}{D} \qquad y = \frac{D_y}{D}$$

Kao što smo vidjeli u prethodnim lekcijama, kada su u pitanju sistemi jednačina, imamo jednu od sljedeće tri opcije:

- Ako je determinanta  $D \neq 0$ , onda sistem ima jedinstveno rješenje koje tražimo preko:

$$x = \frac{D_x}{D} \qquad y = \frac{D_y}{D}$$

- Ako je determinanta  $D = 0$  i  $D_x = 0$  i  $D_y = 0$ , sistem ima beskonačno mnogo rješenja ( neodređen je)
- Ako je determinanta sistema  $D = 0$  i  $D_x \neq 0$  ili  $D_y \neq 0$  ( znači, bar jedna od ove dvije determinante da je različita od nule) sistem je nemoguć, to jest nema rješenja.

Pogledajmo kako se primjenjuje metoda na primjerima.

**Primjer 1:** Metodom determinanti riješi sistem jednačina:

$$\begin{aligned}3x - 4y &= -6 & | \\ 2x + 5y &= 19\end{aligned}$$

### Rješenje:

Prvo odredimo determinantu sistema:

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot (-4) = 23.$$

Kako je  $D \neq 0$ , to je sistem određen. Iz

$$D_x = \begin{vmatrix} -6 & -4 \\ 19 & 5 \end{vmatrix} = -30 + 76 = 46, \quad D_y = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 19 \end{vmatrix} = 57 + 12 = 69,$$

Sada izračunamo nepoznate:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{46}{23} = 2 \quad \text{i} \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{69}{23} = 3.$$

Dakle, rješenje sistema je  $(x,y) = (2,3)$ .

**Primjer 2:** Sistem jednačina riješi metodom determinanti:

$$2x - 3y = -2$$

$$11x - 8y = 6.$$

### Rješenje:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 11 & -8 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-8) - 11 \cdot (-3) = 17,$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 6 & -8 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (-8) - 6 \cdot (-3) = 34,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 11 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 6 - 11 \cdot (-2) = 34$$

Dakle,

$$x = \frac{D_1}{D} = \frac{34}{17} = 2, \quad y = \frac{D_2}{D} = \frac{34}{17} = 2.$$

Pa je rješenje  $(x,y)=(2,2)$ .

**Primjer 3:** Metodom determinanti riješi sistem jednačina:

$$\frac{2x - 3y}{4} - \frac{3x + 2y}{3} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{2x - 3y}{3} + \frac{3x + 2y}{4} = 3\frac{1}{3}$$

Rješenje:

$$\begin{aligned}\frac{2x-3y}{4} - \frac{3x+2y}{3} &= \frac{5}{12} \quad / \cdot 12 \\ \frac{2x-3y}{3} + \frac{3x+2y}{4} &= 3\frac{1}{3} \quad / \cdot 12 \\ \hline 6x-9y-12x-8y &= 5 \\ 8x-12y+9x+6y &= 40 \\ \hline -6x-17y &= 5 \\ 17x-6y &= 40\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} -6 & -17 \\ 17 & -6 \end{vmatrix} = (-6) \cdot (-6) - 17 \cdot (-17) = 36 + 289 = 325$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 5 & -17 \\ 40 & -6 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-6) - 40 \cdot (-17) = -30 + 680 = 650$$

$$D_y = \begin{vmatrix} -6 & 5 \\ 17 & 40 \end{vmatrix} = (-6) \cdot 40 - 17 \cdot 5 = -240 - 85 = -325$$

$$x = \frac{650}{325} = 2 \qquad y = \frac{-325}{325} = -1$$

Dakle  $(x,y) = (2,-1)$ .

**Domaći zadatak!!!**

Riješi sistem jednačina metodom determinanti:

1)

$$\begin{aligned}6x-5y &= 3 \\ 7x-8y &= 10\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}3x-2y+4 &= 0 \\ 5x-3y+6 &= 0\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} &= 8 \\ \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{4} &= 11\end{aligned}$$